

УДК 621.314:657

Ямненко Ю.С.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Терещенко Т.О.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Хохлов Ю.В.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Бучек П.І.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

Клепач Л.Є.

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»

УЗАГАЛЬНЕНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ДИСКРЕТНИХ ФУНКЦІЙ В ОБЕРТОВІЙ СИСТЕМІ КООРДИНАТ ДЛЯ ЗАСТОСУВАННЯ В СИСТЕМАХ ЗВ'ЯЗКУ ІЗ CDMA

Стаття присвячена розвитку спектральних перетворень дискретних функцій з t -ічним аргументом для застосування в системах зв'язку із CDMA. Пропонується узагальнене перетворення дискретних функцій в орієнтованому базисі в обертовій системі координат. Наводиться структурна схема системи на базі узгоджених t -фільтрів, яка відповідає запропонованому перетворенню. Використання узагальненого перетворення дискретних функцій в обертовій системі координат дає можливість значно збільшити число абонентів (каналів зв'язку) в системах із CDMA за збереження швидкодії, притаманної системі передачі на базі звичайного узагальненого перетворення.

Ключові слова: система зв'язку, CDMA, перетворення Уолша, перетворення в орієнтованому базисі.

Постановка проблеми. Останнім часом у зв'язку з розвитком супутникових, мобільних, стільникових і волоконно-оптичних комунікаційних систем для багатьох користувачів велика увага приділяється широкосмуговій технології CDMA (Code Division Multiply Access – множинний доступ із кодовим розділенням) [1; 6; 8]. Для збільшення завадостійкості передачі за технологією CDMA спектр сигналу керування в кожному каналі перед передачею розширюють за способом DSSS (Direct Sequence Spread Spectrum – пряма цифрова послідовність) шляхом перемноження вузькосмугового сигналу з псевдовипадковою послідовністю (ПВП). Сигнал керування можна

виділити знову, тільки знаючи ПВП для зворотного перетворення на приймальній стороні. За таких умов одночасно в широкій смузі частот можливо надсилати й отримувати досить багато сигналів, які не заважають один одному [5; 10; 11].

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Сьогодні в системах із розширенням спектра для поділу каналів використовують перетворення Уолша [4; 7]. Перспективним напрямом є також використання спектрального перетворення в орієнтованому базисі (ОБ-перетворення), яке дає змогу спростити алгоритми обробки сигналів і збільшити швидкодію (завдяки наявності приблизно 30 % нульових елементів у матриці базис-

них функцій) [2]. Зазначимо, що перетворення Уолша є окремим випадком ОБ-перетворення за визначення довжини інтервалу кратною 2. У роботі [3] показано переваги використання базисних функцій узагальненого ОБ-перетворення в системах із CDMA.

Постановка завдання. У статті пропонується розвиток спектральних перетворень дискретних функцій для застосування в системах зв'язку. Запропоноване узагальнене ОБ-перетворення дискретних функцій в обертовій системі координат, яке дало змогу значно збільшити кількість абонентів (каналів зв'язку) в системах із CDMA.

Виклад основного матеріалу дослідження.

Використання спектральних перетворень для передачі даних.

Пряме узагальнене ОБ-перетворення на інтервалі $N=m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_L^{n_L}$ визначається як [2]

$$Y = F_{dgen} u, \quad (1)$$

де m_1, m_2, \dots, m_L – прості числа, n_1, n_2, \dots, n_L – будь-які цілі числа; u – вектор-колонка значень функції-оригіналу розмірністю $N \times 1$; $F_{dgen} u$ – матриця базисних функцій прямого перетворення

$$F_{dgen} = F_{d_{m1}}^{[n1]} \times_{\mu_1} F_{d_{m2}}^{[n2]} \times_{\mu_2} \dots \times_{\mu_{L-1}} F_{d_{mL}}^{[nL]}, \quad (2)$$

\times_{μ} – позначення операції m -кронекеровського добутку матриць,

$F_{d_{mi}}^{[ni]}$ – базисні функції прямого ОБ-перетворення, визначеного на інтервалі mi^{ni} так:

$$F_{d_{mi}}^{[ni]} = F_{d_{mi}} \times_{m_i} F_{d_{mi}} \times_{m_i} \dots \times_{m_i} F_{d_{mi}}.$$

Операція m -кронекеровського добутку матриць введена в [2]. Вона полягає в заміні добутку елементів при звичайному кронекеровському добутку матриць операцією додавання за модулем m операндів базисних функцій (або додаванням індексів елементів за модулем m).

З виразу (2) у функції модуля m використовується модуль μ_i , що відповідає груповій операції порозрядного додавання в змішаній системі числення за модулем в i -му розряді [7]:

$$\mu_1 = m_1^{n_1}, \mu_2 = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2}, \dots, \mu_j = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot m_j^{n_j}, \dots, \mu_L = m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot m_L^{n_L}.$$

В окремому випадку узагальненого ОБ-перетворення, коли у вираз (2) входять дві матриці – Уолша та ОБ, m -кронекеровський добуток матриць зводиться до звичайного кронекеровського.

Зворотне перетворення обирається з умови ортогональності матриць прямого та зворотного перетворень і описується виразом:

$$y = \frac{1}{N} F_{rgen} Y, \quad (3)$$

де

$$F_{rgen} = F_{r_{m1}}^{[n1]} \times_{\mu_1} F_{r_{m2}}^{[n2]} \times_{\mu_2} \dots \times_{\mu_{L-1}} F_{r_{mL}}^{[nL]}. \quad (4)$$

– матриця базисних функцій зворотного узагальненого перетворення. – матриця базисних функцій зворотного узагальненого перетворення.

У [3] показано, що рядки матриць (2) можна використовувати як ПВП, водночас рядки матриці (3) – як кінцеву імпульсну характеристику (КІХ) узгодженого фільтра. Перевагами узагальненого ОБ-перетворення є більш велика кількість можливих значень каналів $N=m_1^{n_1} \cdot m_2^{n_2} \cdot \dots \cdot m_L^{n_L}$, порівняно з Волшем (2^n) або ОБ (m^n). Як наслідок, за заданої кількості каналів системи передавання застосування узагальненого ОБ призводить до меншої довжини ПВП, і, відповідно – більшої швидкодії обробки. Наприклад, за кількості каналів 48 виграш у швидкодії, порівняно з системою на базі перетворення Уолша, становить $64/48=1,3$ рази, з системою на базі ОБ – $81/48=1,69$ [3].

Подальшим розвитком узагальненого перетворення є застосування обертової системи координат.

Узагальнене ОБ-перетворення в обертовій системі координат.

За аналогією до ОБ-перетворення в обертовій системі координат [3] введемо узагальнене перетворення в цих же координатах. Метою модифікації узагальненого перетворення є отримання більшого набору ПВП за тієї самої довжини інтервалу визначення, тобто за тієї самої швидкості обробки узгодженими фільтрами системи передавання, що і у звичайних системах координат.

Розглянемо геометричну інтерпретацію базисних функцій прямого ОБ-перетворення, що входять у добуток (2) як матриці $F_{d_{mi}}^{[ni]}$ (рис. 1).

На рис. 1 наведено положення деякого вектора, що обертається на комплексній площині з осями

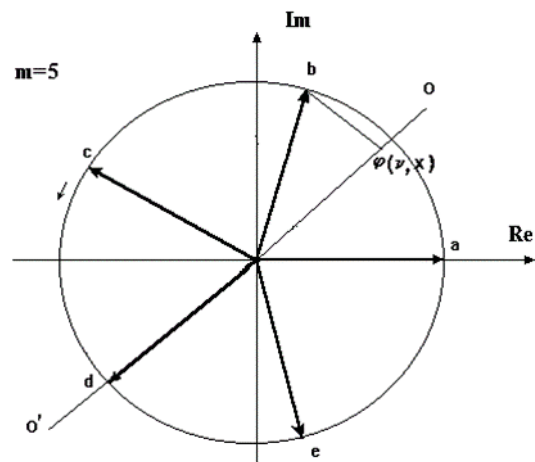


Рис. 1. Геометрична інтерпретація базисних функцій перетворення в орієнтованому базисі

Im та *Re*. При $m=5$ вектор займає 5 положень – a, b, c, d, e . Значення базисних функцій перетворення в орієнтованому базисі визначається проекцією вектора $\varphi_d(v, x)$ на вісь OO' , яка орієнтована з одним із положень вектора перетворення. На рис.1 вісь OO' збігається з положенням d , однак таких варіантів може бути 5.

Базисні функції прямого ОБ-перетворення визначаються як

$$\varphi_d(v, x) = \cos \left[\frac{2\pi}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} x^{(s)} \right] + A \sin \left[\frac{2\pi}{m} \sum_{s=1}^n v^{(s)} x^{(s)} \right], \quad (5)$$

де $A = tg\alpha$; $\alpha = \frac{2\pi i}{m}$, $i = \overline{1, m-1}$ – кут орієнтації осі перетворювання; $x^{(s)}, v^{(s)}$ – розрядні компоненти в m -ічному представленні чисел x і v .

Якщо уявити, що вісь перетворення OO' (або, що рівносильне, координатні осі *Re* і *Im*) обертається рівномірно, то кут орієнтації $\alpha = \frac{2\pi i}{m}$, $i = \overline{1, m-1}$ буде змінюватися від α_1 до α_{m-1} , проходячи всі значення послідовно.

Матрицю прямого ОБ-перетворення в обертовій системі координат представимо у вигляді квадратної матриці розмірністю $(m-1) \times N$, по головній діагоналі якої розташовані матриці $F_{d_{\alpha i}}$ прямого ОБ-перетворення за різних значень α , інші елементи – нульові:

$$F_{d_{rot}} = \begin{bmatrix} F_{d_{\alpha 1}} & 0 & 0 \\ 0 & F_{d_{\alpha 2}} & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & F_{d_{\alpha(m-1)}} \end{bmatrix}. \quad (6)$$

Побудуємо матрицю прямого узагальненого ОБ-перетворення в обертовій системі координат як

$$F_{d_{gen-rot}} = F_{d_{rot m1}}^{[n1]} \times_{\mu 1} F_{d_{rot m2}}^{[n2]} \times_{\mu 2} \dots \times_{\mu L-1} F_{d_{rot mL}}^{[nL]}, \quad (7)$$

$$F_{d_{rot mi}}^{[ni]} = \begin{bmatrix} F_{d_{\alpha 1}} & 0 & 0 \\ 0 & F_{d_{\alpha 2}} & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & F_{d_{\alpha(m-1)}} \end{bmatrix}, \quad (8)$$

для перетворення на інтервалі m_i^{ni} .

Аналогічно сконструюємо матрицю зворотного перетворення:

$$F_{r_{gen-rot}} = F_{r_{rot m1}}^{[n1]} \times_{\mu 1} F_{r_{rot m2}}^{[n2]} \times_{\mu 2} \dots \times_{\mu L-1} F_{r_{rot mL}}^{[nL]}, \quad (9)$$

де

$$F_{r_{rot mi}}^{[ni]} = \begin{bmatrix} F_{r_{\alpha 1}} & 0 & 0 \\ 0 & F_{r_{\alpha 2}} & 0 \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & F_{r_{\alpha(m-1)}} \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Властивість взаємної ортогональності множників базисних функцій $F_{d_{rot mi}}^{[ni]}$ (2) і $F_{r_{rot mi2}}^{[ni]}$ (4) призводить до ортогональності базисних функцій узагальненого перетворення в обертовій системі:

$$F_{d_{gen-rot}} F_{r_{gen-rot}} = NI, \quad (11)$$

що лежить в основі побудови узгоджених фільтрів системи передачі даних.

Розглянемо приклад побудови узагальненого ОБ-перетворення в обертових координатах. Нехай матриця прямого узагальненого ОБ-перетворення визначається як кронекеровський добуток матриці функцій Уолша та ОБ-перетворення:

$$F_{wal}^{[1]} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, F_{d_3}^{[1]} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

$$\text{де } F_{wal}^{[1]} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, F_{d_3}^{[1]} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}.$$

Матриця перетворення Уолша має єдиний кут орієнтації осей (π), тому множник $F_{wal}^{[n]}$ в узагальненому перетворенні в обертових координатах буде незмінним. Перетворення Уолша належить до симетричних, тобто таких, що мають однаковий вигляд прямого та зворотного перетворень.

Множник $F_{d_3}^{[1]}$ залежить від кута орієнтації.

$$\text{При } \alpha_1 = \frac{2\pi}{3} F_{d_{\alpha 1}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}, \text{ при } \alpha_2 = \frac{4\pi}{3} F_{d_{\alpha 2}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

Матриці зворотного перетворення мають вигляд:

$$F_{r_{\alpha 1}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, F_{r_{\alpha 2}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Матриця узагальненого ОБ-перетворення в обертових координатах визначається як:

$$F_{d_{rot}} = \begin{bmatrix} F_{d_{gen\alpha 1}} & 0 \\ 0 & F_{d_{gen\alpha 2}} \end{bmatrix}, \quad (13)$$

де

$$F_{d_{gen\alpha 1}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 & 2 \end{bmatrix},$$

$$F_{d_{gen\alpha 2}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & -1 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & -2 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -2 & 2 & 1 & -1 \end{bmatrix}.$$

Перестановка співмножників у виразі (13)

$$F'_{d_{gen\alpha 1}} = F_{d_3} \times F_{wal} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 & -1 & 2 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 & -1 & 2 \end{bmatrix},$$

$$F'_{d_{gen\alpha 2}} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 & 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & 1 & 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & -1 & -1 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & -1 & 2 & -1 \end{bmatrix}$$

дає можливість отримати додаткові ПВП. Кожен рядок матриць, крім нульового, являє

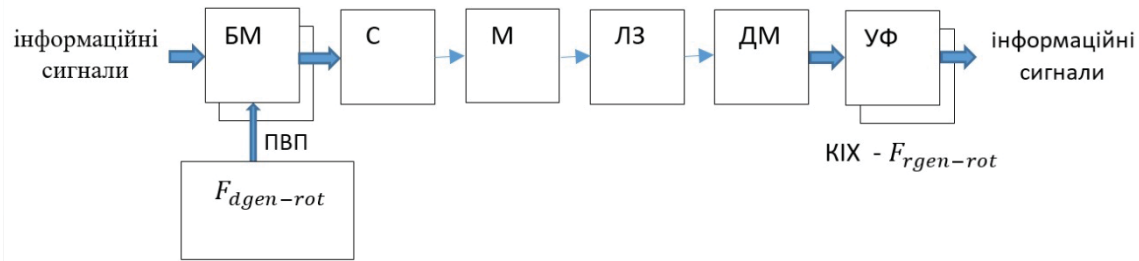


Рис. 2. Структурна схема системи із CDMA

собою ПВП, що використовується як несуча в системі передачі даних.

Кількість ПВП в запропонованому перетворенні:

$$K = P_L k(N - 1), \quad (14)$$

де $k = \sum_{i=1}^L (m_i - 1)$ – сумарна кількість можливих положень осі перетворень $F_{dm1}^{[n1]}$, $P_L = L!$ – кількість перестановок L співмножників, що входять до виразу (2).

Структурна схема системи із CDMA.

Притаманну базисним функціям перетворення властивість взаємної ортогональності покладено в основу багатоканальної схеми для ущільнення каналів за технологією CDMA [1; 2].

Для побудови системи зв'язку з кодовим розділенням каналів напишемо умову ортогональності у векторному вигляді:

$$[F_{drot\ m1}^{[n1]} \quad F_{drot\ m2}^{[n2]} \quad \dots \quad F_{drot\ mL}^{[nL]}] \times \begin{bmatrix} F_{rot\ m1}^{[n1]} \\ F_{rot\ m2}^{[n2]} \\ \dots \\ F_{rot\ mL}^{[nL]} \end{bmatrix} = NI. \quad (15)$$

Схему, що реалізує вираз (14), наведено на рис. 2.

Інформаційні сигнали поступають на блоки множення БМ, де вони перемножуються з ПВП, які відповідають строкам $F_{dgen-rot}$, потім вони додаються в блоці суматора С, надходять на

модулятор М і в лінію зв'язку ЛЗ. На приймальній стороні після демодулятора ДМ сигнал поступає на блоки узгоджених m -фільтрів УФ з КІХ, які визначаються строками матриці $F_{rogen-rot}$ зворотного перетворення. Особливістю системи передавання є те, що елементи ПВП у випадку комбінації функцій Уолша та ОБ приймають 3 значення, що потребує додаткового двійкового розряду для їх кодування.

Схеми вибірки/зберігання та синхронізації на рис. 2 не показано, вони не мають особливостей і наведені в [3]. Схеми узгоджених m -фільтрів наведено в [2].

Основною перевагою запропонованої системи є збільшення кількості каналів зв'язку.

Висновки. Запропоноване узагальнене перетворення дискретних функцій в обертовій системі координат дає можливість значно збільшити кількість абонентів (каналів зв'язку) в системах із CDMA за збереження швидкодії, притаманної системі передачі на базі звичайного узагальненого перетворення.

Властивості розширення спектра псевдовипадкових послідовностей і збільшення числа абонентів роблять узагальнене ОБ-перетворення в обертовій системі перспективним напрямом використання в системах передачі із CDMA.

Список літератури:

1. Варакин Л.Е. Системы связи с шумоподобными сигналами. М.: Радио и связь, 1985. 384 с.
2. Жуйков В.Я., Терещенко Т.А., Петергеря Ю.С. Дискретные спектральные преобразования на конечных интервалах: учеб. пособие. К.: НТУУ «КП», 2010. 244 с.
3. Терещенко Т.А., Лазарев Д.В. Применение обобщенного спектрального преобразования в ориентированном базисе в системе с CDMA. Электроника и связь. 2011. № 4: Тематический выпуск «Электроника и нанотехнологии». С. 79–82.
4. Залмансон Л.А. Преобразования Фурье, Уолша, Хаара и их применение в управлении, связи и других областях. Москва: Гл. ред. физ.-мат. лит., 1989. 496 с.
5. Наконечний А.Й., Наконечний Р.А., Павлиш В.А. Цифрова обробка сигналів: навч. посібник. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2010. 368 с.
6. Скляр Б. Цифровая связь: Теоретические основы и практическое применение. 2-е изд. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. 1104 с.
7. Трахтман А.М. Введение в обобщенную спектральную теорию сигналов. Москва: Советское радио, 1972. 498 с.

8. Хармут Х.Ф. Передача информации ортогональными функциями. М.: Связь, 1975. 272 с.
9. Харкевич А.А. Спектры и анализ. М.: Физматгиз, 1980. 246 с.
10. Nishanthi Ch., Rajan R. Sundar. Cross Spectral Density Analysis for Various Codes Suitable for Spread Spectrum under AWGN conditions with Error Detecting Code. International Journal of Modern Engineering Research (IJMER). Vol. 3, Issue. 4, July-August. 2013 P. 2244–2249.
11. DeFatta D.J., Lucas J.G., Hodgkiss W.S. Digital Signal Processing: A System Design Approach. New York: 1988. 306 p.

ОБОБЩЕННОЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ДИСКРЕТНЫХ ФУНКЦИЙ ВО ВРАЩАЮЩЕЙСЯ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ ДЛЯ ПРИМЕНЕНИЯ В СИСТЕМАХ СВЯЗИ С CDMA

Статья посвящена развитию спектральных преобразований дискретных функций m -ного аргумента для применения в системах связи с CDMA. Предлагается обобщенное преобразование дискретных функций в ориентированном базисе во вращающейся системе координат. Приводится структурная схема системы на базе согласованных m -фильтров, которая соответствует предложенному преобразованию. Обобщенное преобразование дискретных функций во вращающейся системе координат дает возможность значительно увеличить количество абонентов (каналов связи) в системах с CDMA при сохранении быстродействия, присущего системе передачи на базе обычного обобщенного преобразования.

Ключевые слова: система связи, CDMA, преобразование Уолша, преобразование в ориентированном базисе.

GENERALIZED TRANSFORMATION OF DISCRETE FUNCTIONS IN A ROTATING COORDINATE SYSTEM FOR APPLICATION IN CDMA COMMUNICATION SYSTEMS

The article is devoted to the development of spectral transformations of discrete functions with m -ary argument for use in communication systems with CDMA. The generalized transformation of discrete functions in the oriented basis in a rotating coordinate system is proposed. The structure of the system is based on the matched m -filters, which corresponds to the proposed transformation. The generalized transformation of discrete functions in a rotating coordinates system enables to significantly increase the number of subscribers (communication channels) in systems with CDMA while maintaining the speed inherent in the transmission system based on the usual generalized transformation.

Key words: communication system, CDMA, Walsh transform, transformation in the oriented basis.